

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

12. veljače 2015.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Je li $F(x) = \ln \frac{x^2-1}{x^2+1}$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{4}{x^2-1}$?
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite $\int x\sqrt{x+3}dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-1}^2 (x-1)(x^2-1)dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \sqrt[3]{2x^2 + y^2 + 5}$ oko $(x_0, y_0) = (3, 2)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.02$ i $\Delta y = -0.01$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljom $y = \cos x$, pravcem $y = x$ te x -osi. Slika!
(4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) x \tan y + y' = 0 \quad (b) 2x^3y^2 + xy = 4y'$$

$$(c) xy + 2y' \sin x = 0 \quad (d) y' = 3 \ln 5.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

12. veljače 2015.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Odredite neke dvije primitivne funkcije funkcije $f(x) = 5^{3x} - 3 \ln x$.
(5 bodova)

- (ii) Provjerite je li

$$F(x) = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{7} \arctan \frac{x}{7}$$

primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{x^2+49}$. (5 bodova)

2. Zadana je funkcija $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4} - \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.

(i) Odredite i skicirajte domenu funkcije f . (4 boda)

(ii) Izračunajte parcijalne derivacije drugog reda funkcije f u točki $(2, 1)$. (6 bodova)

3. (i) Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljom

$$f(x) = (x + 3)(x - 1)(x - 3)$$

i x -osi. (5 bodova)

- (ii) Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom lika koji se dobije pod (i) oko x -osi. (5 bodova)

4. (i) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf funkcije zadane sa

$$z = f(x, y), \quad xz^2 + y^3 = \frac{2xy}{z}$$

u točki $(x_0, -1, -1)$. (5 bodova)

- (ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y'' + y = 5 \cos^2 x - 5 + 5 \sin^2 x.$$

(5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$xy' + y - \frac{x}{3} = 0.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početni uvjet $y(1) = 0$. (3 boda)